Поведение магнетиков в магнитном поле.

Намагниченность и магнитная восприимчивость являются важными и легко доступными для наблюдения характеристиками магнетиков.[6] Поэтому важно уметь извлекать физическую информацию из этих величин.

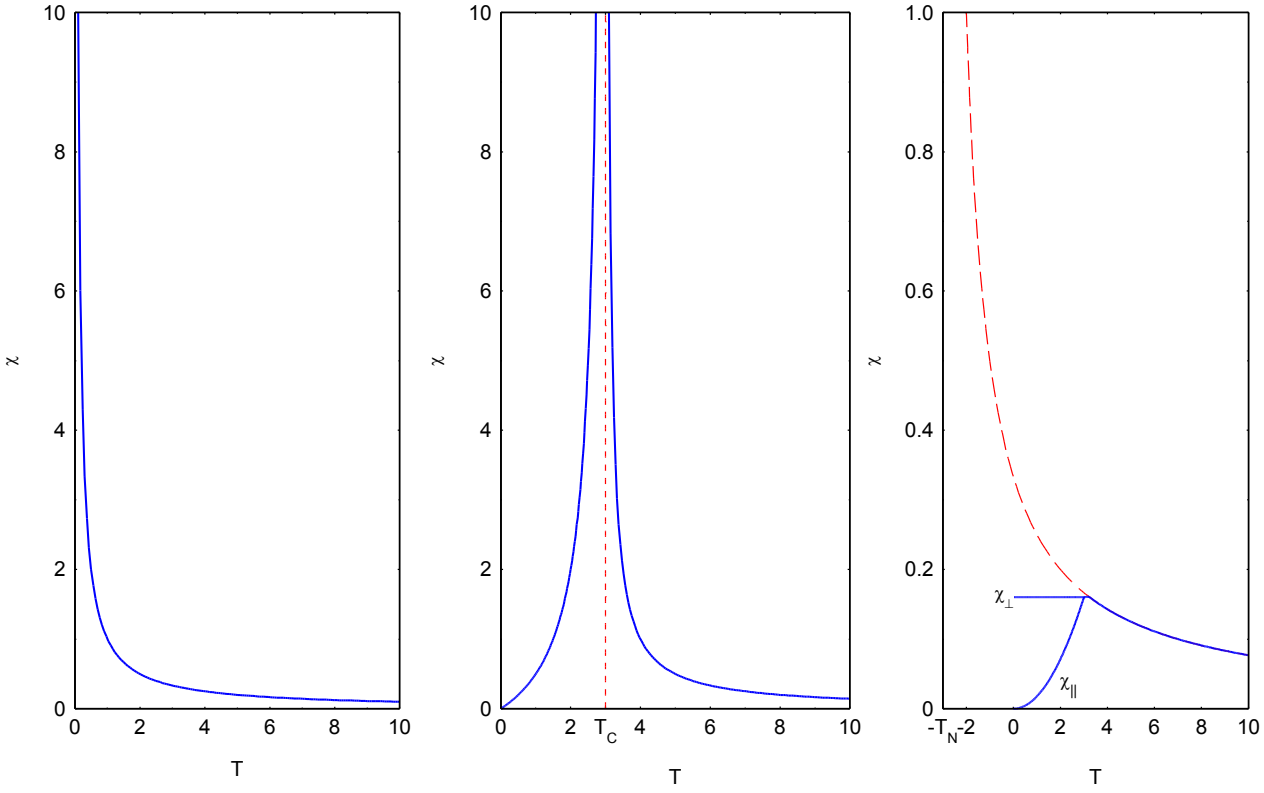


Рисунок 4: Схематическое изображение зависимости магнитной восприимчивости от температуры. Слева направо: парамагнетик (закон Кюри), ферромагнетик, антиферромагнетик. На графике для антиферромагнетика пунктиром построена кривая закона Кюри-Вейса.

Невзаимодействующие спины в магнитном поле. Закон Кюри.

В качестве простейшей модели рассмотрим систему невзаимодействующих спинов в магнитном поле. Эта модель соответствует идеальному парамагнетику.

Гамильтониан для одного спина

$$\hat{H} = g\,\mu_B B \hat{S}^z = -B\hat{\mu}^z$$

где B – величина индукции магнитного поля, направление поля является осью квантования, магнитные свойства считаем чисто спиновыми.

Намагниченность иона в состоянии с проекцией S^z равна $-g\,\mu_B S^z$. Средняя намагниченность при температуре T находится усреднением с больцмановскими факторами[7]:

6 Стандартным прибором для измерения намагниченности является СКВИД-магнетометр, принцип работы которого рассматривался на лекции по эффекту Джозефсона.

7 Постоянную Больцмана для компактности записи полагаем равной единице (температура измеряется в единицах энергии), в важных конечных формулах мы её вернём для совместимости ответов с литературой.

$$\langle \mu \rangle = \frac{\sum_{m=-S}^{S} (-g\mu_B m) e^{-g\mu_B B m/T}}{\sum_{m=-S}^{S} e^{-g\mu_B B m/T}}$$

В простейшем случае $S=1/2$ получаем

$$\langle \mu \rangle = \frac{1}{2} g\mu_B th\left(\frac{g\mu_B B}{2T}\right)$$

В общем случае

$$\langle \mu \rangle = g S \mu_B B_S(x)$$

где $x=(g S\mu_B B)/T$, а функция Бриллюэна $B_S(x)=\frac{2S+1}{2S} cth\frac{(2S+1)x}{2S} - \frac{1}{2S} cth\frac{x}{2S}$.

В больших полях $g S\mu_B B \gg T$ $B_S(x)\to 1$ и намагниченность стремится к насыщению $M_{sat}=g S\mu_B$. Это соответствует тому, что спин полностью поляризован вдоль поля. Для оценки отметим, что $\frac{\mu_B \times 1\text{Тл}}{k_B}=0.6717\,K$. То есть в поле 1 Тл насыщение начинает сказываться при температурах ~ 1K.

В малых полях $g S\mu_B B \ll T$ намагниченность линейна по приложенному полю, что позволяет вычислить восприимчивость $\chi=\frac{\langle \mu \rangle}{B}$, которая *в расчёте на атом* равна

$$\chi = \frac{S(S+1) g^2 \mu_B^2}{3 k_B T} ,$$

а *на моль*:

$$\chi_{мол} = \frac{N_A S(S+1) g^2 \mu_B^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T} \approx \frac{S(S+1) g^2}{3T} \times 0.375 \text{ед.СГС·К} .$$

Этот результат называют законом Кюри для парамагнетика, а постоянную C — константой Кюри.

Восприимчивость ферромагнетика ниже температуры упорядочения. Качественное рассмотрение.

При температурах много выше характерного масштаба энергии взаимодействия между спинами восприимчивость магнетика будет вести себя как парамагнетик и подчиняться закону Кюри. По мере того, как взаимодействие между спинами будет становиться существенным, будут возникать отклонения от закона Кюри — несколько простейших способов учёта этих взаимодействий мы рассмотрим далее (высокотемпературное разложение и закон Кюри-Вейса). Рассмотрим качественно, что будет происходить с восприимчивостью ферромагнетика вблизи температуры фазового перехода и при дальнейшем понижении температуры.

Во-первых, необходимо отметить, что так как ферромагнетик имеет собственную намагниченность ниже точки перехода, определение намагниченности $\chi=\lim_{B\to 0}\frac{M}{B}$ теряет

смысл и естественно рассматривать дифференциальную восприимчивость $\chi_{диф} = \left.\frac{dM}{dB}\right|_{B=0}$.

Для парамагнетика и антиферромагнетика оба определения дают один результат.

Возникновение спонтанной намагниченности у ферромагнетика в точке перехода соответствует тому, что в окрестности перехода система «очень мягкая» к приложению внешнего поля: приложение небольшого внешнего поля приводит к большой намагниченности, так как система уже готова упорядочить свои локальные намагниченности сонаправленно за счёт внутренних взаимодействий. Таким образом, мы можем ожидать резкого увеличения (и даже расходимости) магнитной восприимчивости ферромагнетика в точке перехода.[8]

При очень низких температурах при приложении магнитного поля к ферромагнетику его намагниченность выстраивается вдоль поля и не меняется по величине — максимальная намагниченность уже достигнута за счёт внутренних взаимодействий. Таким образом, при нулевой температуре дифференциальная восприимчивость ферромагнетика должна зануляться. Схематическая зависимость восприимчивости ферромагнетика от температуры показана на рисунке 4.

Восприимчивость и намагниченность коллинеарного антиферромагнетика ниже температуры упорядочения. Качественное рассмотрение.

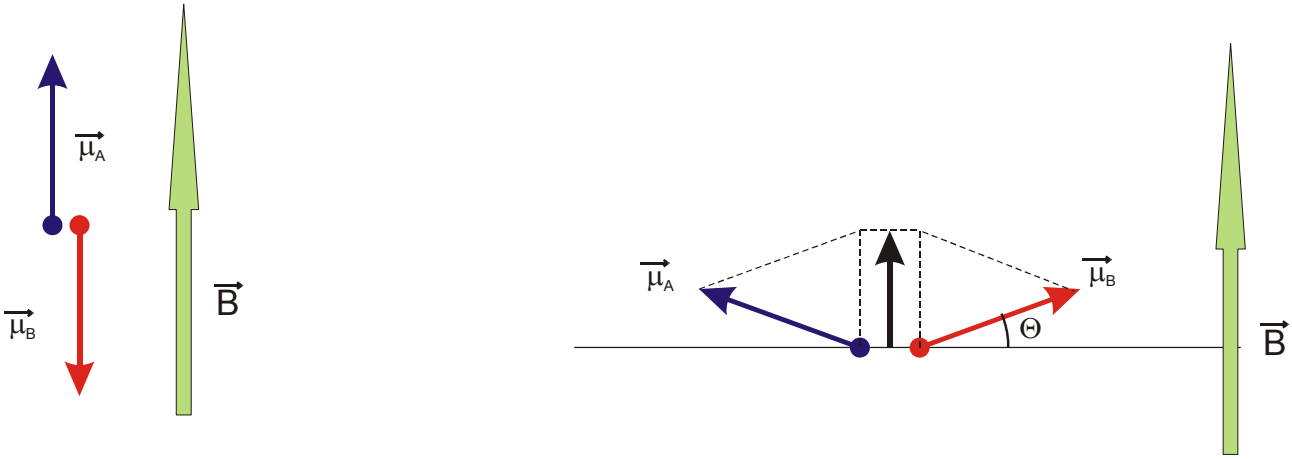


Рисунок 5: Двухподрешёточный антиферромагнетик с легкоосной анизотропией в магнитном поле, приложенном параллельно (слева) и перпендикулярно (справа) лёгкой оси.

При рассмотрении антиферромагнетиков мы ограничимся простейшей моделью двухподрешёточного коллинеарного антиферромагнетика. Дополнительно предположим, что слабые анизотропные взаимодействия (например диполь-дипольные) привели к тому, что в кристалле появилось предпочтительное направление для намагниченности подрешёток (случай так называемого легкоосного антиферромагнетика).

Заметим, что никаких причин для расходимости восприимчивости в точке перехода нет: так как подрешётки ориентированы в противоположном направлении, то в малых полях их вклады в зеемановскую энергию компенсируются и приложение однородного магнитного поля не может вызвать одновременный рост намагниченностей обеих подрешёток.

8 Такая расходимость восприимчивости является достаточно общим свойством фазового перехода 2-го рода. Если есть некоторое внешнее поле (магнитное, электрическое, поле деформаций и т.д.), которое входит в энергию системы в комбинации с параметром порядка, то в точке фазового перехода восприимчивость к этому полю будет расходиться.

Ниже перехода, однако, восприимчивость антиферромагнетика становится анизотропной. Это является следствием именно антиферромагнитного упорядочения, возникновение такой анизотропии восприимчивости в точке перехода может быть показано в рамках теории фазовых переходов Ландау [2]. Мы ограничимся качественным рассмотрением при $T=0$.

Рассмотрим два способа приложения слабого внешнего поля: вдоль направления намагниченности подрешёток и перпендикулярно ему (рисунок 5). Напомним, что у нас есть некоторое слабое анизотропное взаимодействие, которое поддерживает магнитные моменты подрешёток параллельными этому выделенному направлению.

При приложении поля вдоль выделенного направления (называемого лёгкой осью намагничивания или просто лёгкой осью) поле оказывается направлено вдоль намагниченности одной подрешётки и противоположно к намагниченности другой подрешётки. При этом при $T=0$ намагниченности подрешёток достигли своих максимальных значений и поддерживаются в этом насыщенном состоянии сильными внутренними взаимодействиями. Это означает, что слабое внешнее поле не может ни увеличить намагниченность подрешётки, параллельной полю, ни уменьшить намагниченность подрешётки, направленной против поля. То есть, восприимчивость антиферромагнетика к полю приложенному вдоль лёгкой оси (продольная восприимчивость) оказывается при $T=0$ нулевой. Такое поведение действительно наблюдается на эксперименте [8] (рисунок 6).

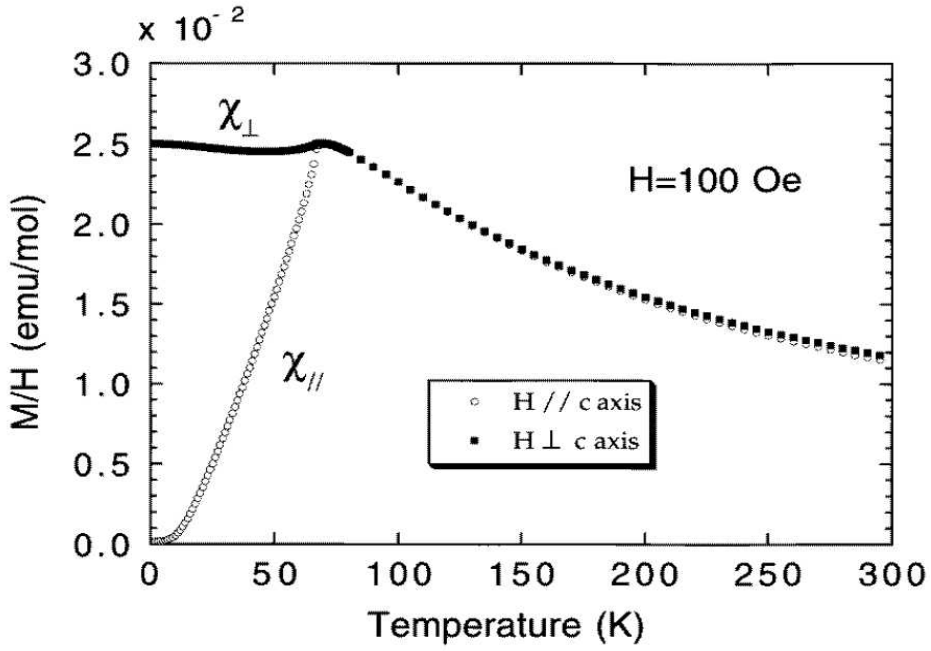


Рисунок 6: Экспериментально измеренная намагниченность антиферромагнетика MnF_2 в двух ориентациях магнитного поля. Из работы [8].

При приложении же поля в перпендикулярном направлении возникает возможность выиграть в зеемановской энергии не изменяя намагниченности подрешёток за счёт их незначительного подкоса в направлении поля. Если спин равен S , а взаимодействуют только z ближайших соседей и обменные интегралы между всеми ближайшими соседями одинаковы, то, вводя обозначения $\vec{\mu}_A$, $\vec{\mu}_B$ и $\mu=|\vec{\mu}_A|=|\vec{\mu}_B|$ для средних значений намагниченности магнитных ионов подрешёток «A» и «B» и их модуля, в классическом пределе для энергии такого антиферромагнетика

$$E=\frac{J}{2}\sum_{ij}\vec{S}_i\vec{S}_j-\sum_i\vec{\mu}_i\vec{B}=\frac{JS^2}{2\mu^2}\sum_{ij}\vec{\mu}_i\vec{\mu}_j-\sum_i\vec{\mu}_i\vec{B}=\frac{NzJS^2}{2\mu^2}\vec{\mu}_A\vec{\mu}_B-\frac{N}{2}(\vec{\mu}_A+\vec{\mu}_B)\vec{B}$$

$$\frac{E}{N}=-\frac{JzS^2}{2}\cos 2\Theta-B\mu\sin\Theta$$

где N — полное число магнитных ионов, а Θ - угол отклонения намагниченности подрешётки от лёгкой оси.

Минимизируя, получаем

$$\sin\Theta=\frac{B\mu}{2zJS^2}$$

и восприимчивость

$$\chi_\perp=\frac{\langle\mu\rangle}{B}=\frac{N\mu\sin\Theta}{B}=N\frac{\mu^2}{2zJS^2}=N\frac{(g\mu_B)^2}{2zJ}$$

Это соответствует восприимчивости системы невзаимодействующих спинов $1/2$ при температуре $k_BT=zJ/2$, то есть можно сказать, что по порядку величины поперечная восприимчивость легкоосного антиферромагнетика при $T=0$ равна восприимчивости системы в точке перехода. Схематически эта зависимость восприимчивости от температуры показана на рисунке 4. Пример реально измеренной кривой восприимчивости показан на рисунке 6.

Наконец, отметим существование в антиферромагнетике двух фазовых переходов по магнитному полю. Как мы уже видели, при приложении поля вдоль лёгкой оси в малых полях восприимчивость равна нулю. Поэтому в некотором сравнительно небольшом поле оказывается выгодно одновременно повернуть намагниченности подрешёток перпендикулярно полю: при этом проигрывается энергия анизотропии (некоторая небольшая константа), но выигрывается зеемановская энергия, так как после поворота оказывается возможен подкос подрешёток и появляется ненулевая восприимчивость. Этот переход называют спин-флоп переходом. В больших полях, соответствующих условию $\sin\Theta=\frac{g\mu_BB}{2zSJ}\geq 1$ в рамках изложенного выше качественного подхода, подрешётки выстраиваются параллельно друг другу и антиферромагнетик переходит в полностью поляризованное состояние. Этот переход называют спин-флип переходом.

Высокотемпературное разложение для магнитной восприимчивости.†

Вычисление восприимчивости магнетика с учётом взаимодействия в общем случае может оказаться крайне сложной задачей. Однако при высоких температурах существует общий подход, который позволяет получать строгие результаты.

Идея метода заключена в том, что среднее физической величины (например Z-проекции спина на произвольно выбранном узле) равно:

$$\langle S_i^z\rangle=\frac{\sum_n S_i^z(n)e^{\frac{-E_n}{T}}}{\sum_n e^{\frac{-E_n}{T}}}=\frac{Sp\left(\hat{S}_i^z e^{\frac{-\hat{H}}{T}}\right)}{Sp\left(e^{\frac{-\hat{H}}{T}}\right)}=\frac{Sp\left(\sum_n S_i^z\left(\frac{-\hat{H}}{T}\right)^n\frac{1}{n!}\right)}{Sp\left(\sum_n\left(\frac{-\hat{H}}{T}\right)^n\frac{1}{n!}\right)}$$

где $\hat{H}$ - гамильтониан системы, включающий и взаимодействия между спинами, и

зеемановскую часть, а Sp обозначает взятие следа матрицы. Для взаимодействующих спинов, как мы видели на примере антиферромагнетика, определение собственных волновых функций затруднено. Однако, как известно из линейной алгебры, след матрицы не зависит от базиса. Поэтому для вычисления следа можно воспользоваться любым удобным базисом — например тем, в котором определены значения проекции спина на выбранную ось (и при этом не имеет значения, что такие состояния не являются собственными функциями гамильтониана). Ограничивая порядки суммирования можно получить разложение по степеням $\frac{1}{T}$.

В качестве примера рассмотрим цепочку спинов $S=1/2$ с обменным взаимодействием только ближайших соседей. Гамильтониан задачи имеет вид $\hat{H}=J\sum_i \hat{\vec{S}}_i\hat{\vec{S}}_{i+1}+g\mu_B B\sum \hat{S}_i^z$. В такой форме записи однократный учёт каждой взаимодействующей пары обеспечивается тем, что суммирование идёт «вдоль» цепочки, поэтому множителя 1/2 нет.

В нулевом порядке по $\frac{1}{T}$ получим для среднего значения проекции спина ноль, так как на каждое состояние с $S_z=1/2$ придётся одно состояние с $S_z=-1/2$.

Для вычисления первого порядка достаточно в знаменателе ограничиться нулевым порядком, равным 1. Сумма в знаменателе будет равна просто 2^N , где N — длина цепочки. Беря в числителе первый порядок получаем для среднего

$$\langle S_i^z\rangle^{(1)}=-\frac{1}{2^N T}Sp\left(S_i^z\sum_p\left(J\,S_p^zS_{p+1}^z+\frac{J}{2}\left(S_p^+S_{p+1}^-+S_p^-S_{p+1}^+\right)+g\mu_B B\,S_p^z\right)\right)$$

ненулевые вклады в принципе могут возникать только если $i=p;(p+1)$, так как иначе слагаемое гамильтониана коммутирует с S_i^z и всегда есть пары состояний с противоположными значениями проекции i-ого спина, вклады которых скомпенсируются. Вклады обменной части гамильтониана всё равно зануляются: произведение Z-компонент даст в итоге след от оператора $\left(S_i^z\right)^2S_{i\pm1}^z=\frac{1}{4}S_{i\pm1}^z$ обращающийся в ноль, а XY-часть не имеет диагональных матричных элементов в выбранном базисе. Таким образом:

$$\langle S_i^z\rangle^{(1)}=-\frac{g\mu_B B}{2^N T}Sp\left(\left(S_i^z\right)^2\right)=-\frac{g\mu_B B}{4\mathrm{T}}$$

что полностью соответствует закону Кюри ($m=-g\mu_B\langle S_i^z\rangle=\frac{g^2\mu_B^2S(S+1)}{3\mathrm{T}}B$).

Для вычисления второго порядка формально необходимо учитывать первый порядок в знаменателе. Однако легко заметить, что он обращается в ноль: XY часть взаимодействия не имеет диагональных элементов в выбранном базисе, а Z-компоненты всегда присутствуют в нечётных степенях. Отсюда поправка второго порядка

$$\langle\delta S_i^z\rangle^{(2)}=\frac{1}{2\cdot2^N T^2}Sp\left(S_i^z\left(\sum_p J\,S_p^zS_{p+1}^z+\frac{J}{2}\left(S_p^+S_{p+1}^-+S_p^-S_{p+1}^+\right)+g\mu_B B\,S_p^z\right)^2\right)$$

при раскрытии квадрата можно сразу отбрасывать часть слагаемых, так как ненулевые слагаемые можно ожидать только от членов, которые будут содержать произведения чётных степеней S^z и совпадающее количество повышающих и понижающих операторов на каждом узле. Единственное слагаемое такого вида может возникать только из произведения

Z-части обменного взаимодействия и зеемановской энергии:

$$\langle \delta S_i^z \rangle^{(2)} = \frac{J\, g\, \mu_B B}{2 \cdot 2^N T^2} Sp\left(\sum_{p,p'} S_i^z S_p^z S_{p+1}^z S_{p'}^z + S_i^z S_p^z S_{p'}^z S_{p'+1}^z \right) =$$
$$= \frac{J\, g\, \mu_B B}{2^N T^2} Sp\left(\left(S_i^z\right)^2 \left(S_{i+1}^z\right)^2 + \left(S_i^z\right)^2 \left(S_{i-1}^z\right)^2 \right) = \frac{J\, g\, \mu_B B}{8 T^2}$$

и для восприимчивости:

$$\chi = \frac{m}{B} = -\frac{g\, \mu_B}{B} \left(\langle \delta S_i^z \rangle^{(1)} + \langle \delta S_i^z \rangle^{(2)} \right) = \frac{(g\, \mu_B)^2}{4\mathrm{T}} - \frac{J (g\, \mu_B)^2}{8\mathrm{T}^2} = \frac{(g\, \mu_B)^2}{4\mathrm{T}} \left(1 - \frac{J}{2\mathrm{T}} \right) \quad .$$

Этот способ вычисления достаточно легко формализуем и позволяет численное вычисление достаточно высоких порядков разложения по $\frac{1}{T}$ для произвольных взаимодействий.

Модель молекулярного поля.

Магнетик выше температуры упорядочения. Закон Кюри-Вейса.

Рассмотрим магнетик с обменно-связанными спинами, в котором магнитные ионы занимают эквивалентные позиции[9], находящийся выше температуры упорядочения. Выше температуры перехода в отсутствие магнитного поля локальные намагниченности равны нулю. При приложении внешнего поля намагниченность появится, в силу эквивалентности всех ионов локальные намагниченности всех магнитных ионов будут равны.

Пусть наш магнетик находится в некотором состоянии с минимальной энергией. Выберем спин на *i*-ой позиции и изменим его направление на противоположное. Энергия магнетика изменится при этом на величину (в классическом пределе):

$$\delta E_i = E(\textit{перев. } i\textit{-ый спин}) - E(\textit{исходная}) = 2 \sum_j J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

суммирование идёт по всем соседям, с которыми выбранный ион связан обменным взаимодействием.

Это изменение энергии эквивалентно тому, что выбранный нами спин находится в некотором эффективном магнитном поле (называемым также обменным):

$$\vec{B}_i^{(eff)} = \frac{1}{g\, \mu_B} \sum_j J_{ij} \vec{S}_j$$

Приближение молекулярного поля (или среднего поля) заключается в том, что при вычислении эффективного поля мгновенные значения спиновых векторов заменяются их средними значениями. Физически это соответствует достаточно высоким температурам, когда быстрые тепловые флуктуации усредняют действие соседей на выбранный спин.

В этом приближении обменное поле оказывается независящим от узла, для случая эквивалентных магнитных ионов все средние $\langle \vec{S}_j \rangle$ одинаковы и равны $\langle \vec{s} \rangle$, оно равно $\vec{B}^{(eff)} = \frac{\langle \vec{s} \rangle}{g\, \mu_B} \sum_j J_{ij} = -\frac{\langle \vec{\mu} \rangle}{(g\, \mu_B)^2} \sum_j J_{ij}$, где $\langle \vec{\mu} \rangle$ - средняя намагниченность иона (знак минус

9 Это может быть и ферро- и антиферромагнетик, требование эквивалентности позиций упрощает наш анализ, так как в этом случае выше температуры перехода намагниченности всех ионов одинаковы, однако результат может быть обобщён и на произвольную структуру.

возникает так как магнитный и спиновый моменты отрицательно заряженной частицы противоположно направлены).

Если добавить теперь взаимодействие с внешним полем, то обменное поле складывается с внешним. Таким образом в этом приближении энергия системы взаимодействующих спинов во внешнем поле преобразуется в энергию невзаимодействующих спинов в поле, к которому добавлено некоторое эффективное поле. Восприимчивость невзаимодействующих спинов описывается законом Кюри, тогда:

$$\langle\vec{\mu}\rangle=\frac{C_{at}}{T}\left(\vec{B}+\vec{B}^{(eff)}\right)=\frac{C_{at}}{T}\left(\vec{B}-\frac{\langle\vec{\mu}\rangle}{(g\mu_B)^2}\sum_j J_{ij}\right)$$

$$\langle\vec{\mu}\rangle=\frac{C_{at}}{T-\Theta}\vec{B}$$

здесь $C_{at}=\frac{S(S+1)g^2\mu_B^2}{3k_B}$ это *константа Кюри* в расчёте на атом, а *температура Кюри-Вейса* $\Theta=-\frac{S(S+1)}{3k_B}\sum_j J_{ij}$. Такую зависимость восприимчивости от температуры называют законом Кюри-Вейса.

Для антиферромагнетика температура Кюри-Вейса отрицательна, для ферромагнетика — положительна. Формально восприимчивость ферромагнетика расходится при $T=\Theta$, что позволяет качественно сопоставить температуру Кюри-Вейса с температурой фазового перехода (точкой Кюри ферромагнетика или точкой Нееля антиферромагнетика). Однако, это сопоставление только качественное — как уже отмечалось приближение молекулярного поля неявно подразумевает, что тепловые флуктуации происходят быстро, то есть мы находимся достаточно далеко от точки фазового перехода.

Кроме того, обратите внимание, что в температуру Кюри-Вейса входит сумма обменных интегралов по всем соседям. В реальных системах (особенно в антиферромагнетиках) нередко встречается ситуация, когда между различными соседями обменное взаимодействие имеет не только разную величину, но и разный знак. Простейшим примером такого типа является набор ферромагнитно упорядоченных атомных плоскостей с чередующимися направлениями намагниченности. Такая система будет антиферромагнетиком, но в зависимости от соотношения между величинами обменных интегралов в плоскости и между плоскостями можно получить температуру Кюри-Вейса любого знака. Также, как мы кратко обсудим в заключительной части, существуют магнетики со специальной геометрией обменных связей, в которых несмотря на сильное обменное взаимодействие (и большую температуру Кюри-Вейса) упорядочение не наступает вплоть до самых низких температур.

Таким образом, закон Кюри-Вейса описывает высокотемпературную асимптотику поведения восприимчивости магнетика. Температура Кюри-Вейса даёт качественную информацию о величине взаимодействия между магнитными ионами. Однако отождествление температуры Кюри-Вейса с температурой магнитного упорядочения в реальных системах является неправильным и работает только на качественном уровне для достаточно простых систем.

Отметим, что при разложении закона Кюри-Вейса в ряд можно записать:

$$\chi_{at}=\frac{C_{at}}{T-\Theta}\approx\frac{C_{at}}{T}+\frac{C_{at}\Theta}{T^2}+\ldots=\frac{C_{at}}{T}\left(1+\frac{\Theta}{T}+\ldots\right)$$

Сравнивая это с результатом высокотемпературного разложения (стр. 17) видим, что ответы для первой поправки по $\frac{1}{T}$, полученные в рамках модели молекулярного поля и в рамках

высокотемпературного разложения для спиновой цепочки совпадают: для спина 1/2 в случае двух ближайших соседей $\Theta = -\frac{J}{2}$

Ферромагнетик ниже температуры Кюри.

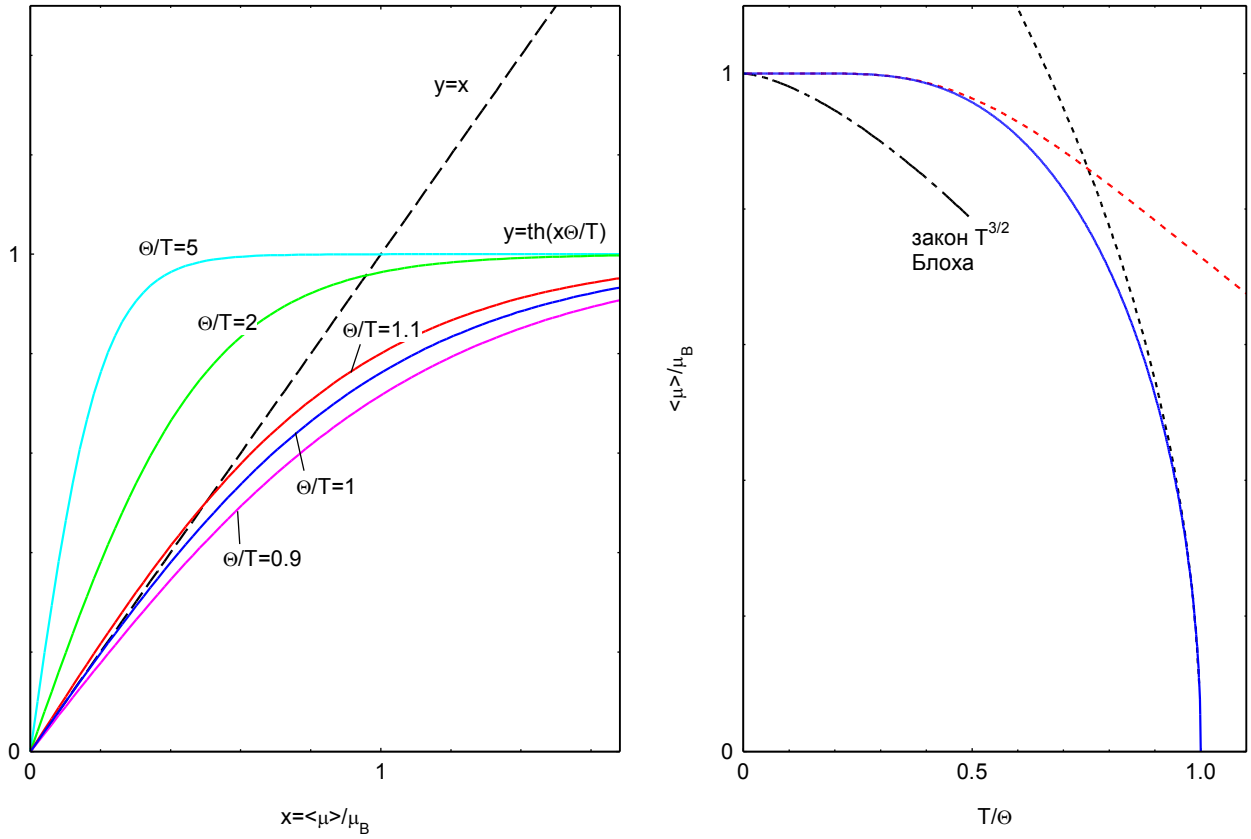


Рисунок 7: (слева) Графическое решение уравнения для намагниченности подрешётки в модели молекулярного поля. (справа) Сплошная линия - зависимость намагниченности подрешётки от температуры в модели молекулярного поля, пунктирные линии - асимптотики при низких температурах и в окрестности перехода, штрих-пунктирная линия — закон $T^{3/2}$ Блоха из спин-волновой теории.

Модель молекулярного поля может быть применена и ниже температуры перехода. При этом мы также заменяем обменное взаимодействие соседей с выбранным спином некоторым эффективным полем, создаваемым соседними спинами. Физически это оправдано не слишком близко к точке перехода, когда уже развился заметный параметр прядка (есть ненулевое среднее значение локальной намагниченности). Наша цель — рассматривая намагничивание подрешётки как результат действия этого эффективного поля найти зависимость намагниченности от температуры.

В качестве простой модели рассмотрим ферромагнетик (с единственной подрешёткой) из спинов $S = 1/2$ с чисто спиновым значением g-фактора 2.00. Будем считать, что обменное взаимодействие со всеми соседями одинаково, J – обменный интеграл, z – число ближайших соседей.

С одной стороны, намагниченность (на атом) в поле $B^{(eff)}$ равна $\langle \mu \rangle = \mu_B th\left(\frac{\mu_B B^{(eff)}}{T}\right)$. С другой стороны, эффективное поле $B^{(eff)} = -\frac{\langle \mu \rangle z J}{2(g\mu_B)^2} = \langle \mu \rangle \frac{\Theta}{\mu_B^2}$ (здесь температура Кюри-

Вейса в энергетических единицах). Получаем трансцендентное уравнение $\frac{\langle \mu \rangle}{\mu_B} = th\left(\frac{\langle \mu \rangle}{\mu_B} \frac{\Theta}{T} \right)$, которое может быть решено численно или графически (рисунок 7).

Решения есть только при $T < \Theta$, то есть температура Кюри-Вейса действительно оказывается в этой модели температурой фазового перехода.

Низкотемпературная асимптотика этого решения

$$\frac{\langle \mu \rangle}{\mu_B} = 1 - 2e^{-2\Theta/T}$$

Асимптотика вблизи температуры перехода

$$\frac{\langle \mu \rangle}{\mu_B} = \sqrt{3}\sqrt{1 - \frac{T}{\Theta}}$$

Корневое поведение в окрестности фазового перехода в модели молекулярного поля оказывается таким же, что и в теории Ландау фазовых переходов 2-го рода, и качественно соответствует эксперименту. Однако сравнение с экспериментом показывает, что низкотемпературное предсказание (экспоненциальное стремление к насыщению) оказывается неверным, в реальных системах при понижении температуры намагниченность подрешётки медленнее стремится к насыщению. Причиной этого расхождения является наличие в ферромагнетике специального вида возбуждений (спиновых волн), которые уменьшают среднюю намагниченность.